

Критерії

Тип I

Задача 1

Основні:

- ❖ 0 балів: знайдено суму та/або різницю коефіцієнтів, підставлено конкретні прості числа чи конкретні пари (u, v) , підставлено явну формулу многочлена P , згадано, що $P(u^k)P(v^k) - 1$ теж кратне простим дільникам $uv - 1$.
- ❖ +2 бали: зведено задачу до випадку $P(0) \neq 0$

Серед наступних трьох критеріїв може бути застосований максимум один

- ❖ +2 бали: показано, що $P(x) : p \Rightarrow x : p$ для простих p (*);
- ❖ +1 бал: твердження, рівносильне твердженню (*);
- ❖ +1 бал: просування в напрямку доведення твердження (*);

- ❖ +1 бал: показано, що $P(x) : p \Rightarrow a_0 : p$

- ❖ 1 бал: міркування про те, що кількість коренів ненульового многочлена над \mathbb{Z}_p занадто маленька

у порівнянні з кількістю елементів \mathbb{Z}_p

За що знімалися:

- -1 бал: НЕ розібрано випадок, коли вільний член P від'ємний;
- -1 бал: аргументи підставляються не у ті многочлени (у P замість $\frac{P(a_k^2 x)}{x^k a_k^{2k+1}}$)
- -2 бали: не доведено задачу для випадку $a_0 = 0$

Задача 2

Основні:

- ❖ 0 балів: нічого або наявний тільки малюнок або відсутні істотні просування.
- ❖ 1 бал: Отримано деякі геометричні умови для точки дотику ($MK = MP$ та $\angle MKP = 30^\circ$).
- ❖ 2 бали: На промені CA за точку A відмічено точку K так, що $AK^2 = AQ \cdot AM$ та доведено, що $AK = AB/2$.
- ❖ 5 балів: Зведено до тригонометричної тотожності, яку неважко довести.
- ❖ 7 балів: повний розв'язок

Задача 3

Основні:

- ❖ 0 балів: доведено, що в протилежному випадку знайдеться квадрат з хоча б 4 липкими вершинами, або відсутність куточків, пораховані кількості можливих маршрутів з S до F , розглянуті часткові випадки, результат яких не можна узагальнити, неправильні міркування за допомогою метода математичної індукції. нічого
- ❖ 1б - ідея розглянути області/граф досяжності та степені кожної вершини
- ❖ +2б - доведено пункт а.
- ❖ 7 балів: повний розв'язок

Тур II

Задача 4

Основні:

- ❖ 0 балів: нічого
- ❖ 1 бал: визначені точки M', N', D', B' на колі
- ❖ 5 балів: розв'язок спирається на те, що кола ω_1, ω_2 перетинаються, але цей випадок можна нескладно узагальнити
- ❖ 3 бали: зведено задачу до того, щоб, розглянути випадок, коли $KMNL$ - паралелограм, але не сформульований цей факт
- ❖ 3 бали: Доведено, що $KM'LN'$ трапеція та подальші просування, які можна привести до правильного розв'язку, довівши паралельність основ трапеції до AC
- ❖ 4 бали: Зведення до того, що нам достатньо довести, що $LM \parallel KN$
- ❖ 7 балів: повний розв'язок

За що знімалися:

→ -1 бал:

Задача 5

Основні:

- ❖ 0 балів: правильна відповідь, $d_1=1$, n - непарне, є перебір якоїсь кількості дільників, наведена формула суми дільників, нічого
- ❖ +1 бал: доведено, що $d_2 = 3$
- ❖ +1 бал: правильно сформульовано припущення індукції
- ❖ 4 бали: правильний розв'язок, якщо замінити неправильне припущення індукції на правильне.
- ❖ 4 бали: недостатньо пояснено крок індукції
- ❖ 7 балів: повний розв'язок

За що знімалися:

→ -1 бал:

Задача 6

Основні:

❖ 0 балів: доведено, що нижня границя f в нулі дорівнює нулю; арифметичні помилки в перетвореннях; відповідь та перевірка; підстановки $y = x, x = 0$ та інші, які ні до чого не ведуть;

- ❖ 1 бал: сюр'ективність $xf(x)$;
- ❖ 1 бал: умова задачі переписана через $f^{-1}(x)$;
- ❖ 3 бали: рівність $g(u) + g(v) = g(\sqrt{\frac{u^2+v^2}{2}})$ для функції $g(x) = xf^{-1}(x)$;
- ❖ 4 бали: рівність $f^{-1}(2x) + f^{-1}(2y) = 2f^{-1}(x + y)$;
- ❖ 5 балів: рівність $f^{-1}(2x) + f^{-1}(2y) = 2f^{-1}(x + y)$ ТА на відрізьку (a, b) доведено лінійність для всюди щільної множини;
- ❖ 7 балів: повний розв'язок

За що знімалися:

→ -2 бали: неправильно переписана умова через $f^{-1}(x)$ з подальшими міркуваннями, які на цьому ґрунтуються.

Тур III

Задача 7

Основні:

- ❖ 0 балів: нічого
- ❖ 7 балів: повний розв'язок

За що знімалися:

→ -1 бал:

Задача 8

Основні:

- ❖ 0 балів: нічого
- ❖ 7 балів: повний розв'язок

За що знімалися:

→ -1 бал:

Задача 9

Основні:

- ❖ 0 балів: нічого
- ❖ 7 балів: повний розв'язок

За що знімалися:

→ -1 бал:

Тип IV

Задача 10

Основні:

- ❖ 0 балів: нічого
- ❖ 7 балів: повний розв'язок

За що знімалися:

→ -1 бал:

Задача 11

Основні:

- ❖ 0 балів: нічого
- ❖ 7 балів: повний розв'язок

За що знімалися:

→ -1 бал:

Задача 12

Основні:

- ❖ 0 балів: нічого
- ❖ 7 балів: повний розв'язок

За що знімалися:

→ -1 бал: