

Критерії оцінювання

I тур

Задача 1

- 0 б - неправильна відповідь, правильна відповідь без обґрунтування
- +3 б - правильна відповідь + приклад
- +4 б - показано, що за одне питання не можна дізнатися відповідь
- 1 б - з'являється многочлен не 2021-го степеня
- 7 б - правильний розв'язок

Задача 2

- 0 б - неправильна відповідь, приклад для $n = 4$, доведено, що $a_{k+1}(a_{k+1} + 1)$ ділиться на a_k
- +1 б - приклад для $n = 5$
- Наступні критерії не додаються:
- 1 б - доведено, що $2a_k^2$ ділиться на a_{k+1}
- 3 б - доведено, що $a_{k+1} = (a_{k+1}, a_k)$ або $a_{k+1} = 2(a_{k+1}, a_k)$ у загальному випадку або для $k = 2$
- 2 б - доведено, що $a_{k+1} = (a_{k+1}, a_k)$ або $a_{k+1} = 2(a_{k+1}, a_k)$ для $k = 1$
- 3 б - розглянуто p аналогічно до авторського розв'язання і доведено, що $p = 2$
- 1 б - при доведенні неможливості існування a_5 для непарного p , що аналогічне авторському, зроблено помилку, що значно вплинула на розв'язання

Задача 3

- 0 б - Доведена вписаність ВКРС
- 5 б - Доведена писаність АМДТ
- 1 б - Доведена дотичність кола КРЛ до ВС
- 4 б - Доведено, що Т - радикальний центр кіл КРЛ, ВКРС, АВС
- 1 б - Доведено, що ТА = ТЛ

Задача 4

- 0 б - доведення, що існує людина, котра має хоча б k сусід-дівчат; доведення для $k=n-1$; доведення для $k=n-2$; доведення для випадку, коли немає двох хлопців підряд, доведення з припущення, що є $n-k$ хлопців підряд

II тур

Задача 5

- +2 б - доведено, що одне з чисел є степенем двійки
- +4 б - отримано, що одне з чисел буде 4 або 8
- +1 б - відповідь (показано приклади ПАР чисел, для кожного степеня двійки знайдене відповідне значення b і c)
- 1 б - не вказано, що "всі можливі b будуть більшими за a " ($a=4$ або $a=8$)
- 1 б - втрачено один із двох розв'язків
- 2 б - доведено, що дріб $\frac{a_k}{b_k}$ приймає не більше двох значень

Задача 6

- 2б - доведення скінченності не n -яскравих чисел
- 4б - доведення скінченності не n -яскравих чисел і приклад, що підходить для правильної відповіді, але неправильна відповідь.
- 5б - доведення, що будь-яке число, більше за n^2-n-1 - n -яскраве
- +2б - доведено, що n^2-n-1 - не n -яскраве
- 1б - незначні помилки у доведенні

Задача 7

- 0 б - лише відповідь
- 2 б - приклад
- 1 б - приклади для малих чисел, з яких очевидно впливає приклад для $n = 2^k$; правильно описано приклад, але неправильно розрахована відповідь
- 5 б - оцінка на $k+1$
- +1б - розбиття на блоки та оцінка у блоках (доведено, що знайдеться блок в якому сума 0)
- 2 б - помилка в індукційному переході з роздумами про розташування 2^{k+1}
- 7 б - повне розв'язання

Задача 8

- 0 б - задача розв'язана лише для часткових випадків (діагоналі або відрізки, що з'єднують середина протилежних сторін, перетинаються в одній точці або протилежні сторони паралельні)

III тур

Задача 9

- 0 б - деякі тригонометричні розрахунки та підрахунки кутів, що не ведуть до розв'язку. Показано, що деякі прями є дотичними.

- 1 б - неточності при підрахунку кутів та неочевидні переходи.
- +2 б - авторські просування, що дають можливість відразу завершити розв'язок
- +2 б - доведено, що чотирикутник $ABRC$ вписаний
- +2 б - доведено, що чотирикутник $CQRX$ вписаний
- 7 б - повний розв'язок

Задача 10

7б - повний розв'язок

Схема 1

- +1б - доведено, що $f(0)=0$ або знайдене значення в точці, у випадку, коли $f(x)$ не тотожній 0
- +1б - доведено, що $f(1) = 1$ або $f(y-1)=f(y)-1$
- +2б - непарність функції ТА $f(ny)=nf(y)$ для цілих n або $f(a)\cdot f(1/a)=1$ ТА $f^2(y)=f(y^2)$
- +1б - доведено 2 з 3 тверджень попереднього критерія
- +1б - $f(y+r)=f(y)+r$
- +2б - закінчення розв'язку

Схема 2

- +1б - доведено, що $f(1) = 1$
- +4б - $f(xy)=f(x)f(y)$
- +1б - $f(x+y)=f(x)+f(y)$
- +1б - закінчення розв'язку
- 1б - не доведена сюр'єктивність для від'ємних чисел

- 0б - $f(r)=r$ для раціональних r
- 0б - ін'єктивність
- 0б - $f(f(x))f(x)=x^2$
- 0б - $f(y-1)=-f(-y)-1$
- 0б - Перевірка випадку, коли f є многочленом

Задача 11

- 0 б - неправильна відповідь; просто відповідь; приклад для неправильної відповіді;
- 0 б - безуспішне використання математичної індукції
- +1 б - правильна відповідь та приклад
- +1 б - ідея розбиття множини точок на дві з майже однаковою їх кількістю
- + 1 б - деякі просування, що пов'язані з індуктивними міркуваннями, випуклою оболонкою та системою координат.
- 2 б - суттєві недоліки при розв'язанні.
- 7 б - повний розв'язок

Задача 12

- 0 б - незначні просування
- +1 б - розглянуто випадок непарного n

+2 б - доведено, що n є степенем двійки
7 б - повне розв'язання