

Критерії

I тур

Задача 1.

- 7 балів — повний розв'язок;
- -1 бал — рівність $BR = BA$ або аналогічні застосовуються без доведення;
- -1 бал — недоліки в розв'язку інверсією;
- -2 бали — твердження “якщо для гострих кутів виконується $\frac{\sin a}{\sin b} = \frac{\sin c}{\sin d}$ та $a - b = c - d$, то $a = c$ і $b = d$ ” (або подібні йому) застосовуються без доведення;
- -3 бали — суттєві недоліки в тригонометричному підході до розв'язання задачі.

Задача 2.

- 0 балів — просування відсутні; не повністю описано алгоритм; описано алгоритм, що не працює;
- +1 бал — ідея побудови шуканого розбиття для окремих смуг $2x(2k + 1)$;
- 4 бали — описано алгоритм побудови шуканого розбиття у припущенні того, що знайдеться *гарний рядок з непарним номером* (див. авторський розв'язок);
- 7 балів — повний розв'язок.

Задача 3.

- 7 балів — повний розв'язок.
- 1 бал — доведено ін'єктивність функції.
- 0 балів — написано і перевірено відповідь, отримано відповідь у випадку лінійної функції, отримання оцінок на значення функції без подальших просумань, отримано, що функція не приймає значення 1.

II тур

Задача 4.

- 7 балів — повний розв'язок;
- -1 бал — незначні недоліки в доведенні
- -2 бали — не розглянуто випадок $a < 7$ та не доведена нерівність для $a \geq 7$:
$$a = a_1 a_2 \dots > a_1 + a_2 + \dots + 1$$
- +3 бали — зауважено, що прості числа більші від 2 продукують лише прості числа, які не більші від них самих, а двійка продукує трійку
- +1 бал — спроба доведення скінченності процесу, але замість доведення просто це констатовано як факт (або констатовано, що рано чи пізно обов'язково має вичерпатись найбільше просте число)

Задача 5.

- 0 балів — просування відсутні;
- 0 балів — доведено, що якщо O лежить зовні D_i , то $OP_i \geq OO_i - R_i$, де O_i — центри кіл D_i ;
- 0 балів — зауважено, що якщо $OO_i < 2R_i$, то круг D_i видно з точки O під кутом більше, ніж 60° ;
- 1 бал — ідея розглянути трикутники виду $OO_i O_j$, в яких $\angle O_i O O_j \leq 60^\circ$, і зауваження, що в них сторона $O_i O_j$ — не найбільша;
- 4 бали — доведено лему з авторського розв'язку;
- +1 бал — спроба індукції з використанням леми з авторського розв'язку, в ході якої не обґрунтовано, чому в лівій частині нерівності виникатимуть різні доданки;
- 7 балів — повний розв'язок;

Задача 6.

- 0 балів — просування відсутні; неправильна відповідь; неправильна чи не оптимальна стратегія за А чи В;
- 2 бали — правильна відповідь, сформульована і доведена стратегія за А;
- 7 балів — повний розв'язок.

III тур

Задача 7.

- 0 балів — просування відсутні;
- 1 бал — наведено правильну відповідь та приклад турніру, в якому команда з найбільшою кількістю очок набрала 99 очок.
- 7 балів — повний розв'язок;

Задача 8.

- 0 балів — просування відсутні;
- +1 бал - доведено, що $\deg Q=1$
- +1 бал - рівняння зведено до вигляду $P(n+1)(an+b+a-1)=P(n)(an+b)$
- +1 бал - знайдений старший коефіцієнт $Q(x)$
- -1 бал - неправильна відповідь (загублені або зайві)
- -1 бал - не зроблено висновок про вид многочлена, коли були знайдені всі його корені;
- -1 бал - арифметична в індукційному переході при пошуку коренів $P(x)$
- -2 бали - неправильне обґрунтування того, що система рівнянь з коефіцієнтами многочлена має єдиний розв'язок
- 7 балів — повний розв'язок;

Задача 9.

- 0 балів — просування відсутні;
- 2 бали — доведено, що $\omega_a, \omega_b, \omega_c$ мають спільну точку $T \neq P$;
- +2 бали — задачу зведено до доведення вписаності чотирикутників виду $TS_a O_b O_c$, де S_a — точка перетину серединних перпендикулярів відрізків BE і CF , а O_b і O_c — центри ω_b і ω_c , відповідно;
- 7 балів — повний розв'язок.

IV тур

Задача 10.

- 0 балів — просування відсутні;
- 0 балів — доведено, що $a_1 = 1$;
- 0 балів — тривіальні оцінки, які отримані підстановками конкретних значень x ;
- 0 балів — доведено монотонність послідовності $\{a_n\}$;
- 0 балів — сказано, що a_n має бути екстремумом деякої точки;
- 1 бал — розглянуто точки x в достатньо малому околі точки $x_0 = 1$ і за допомогою цього доведено деяку оцінку на a_n ;
- 7 балів — повний розв'язок;

Задача 11.

- 0 балів — просування відсутні;
- 4 бали — знайдено точку дотику і доведено, що вона лежить на обох колах;
- 7 балів — повний розв'язок.

Задача 12.

- 0 балів — просування відсутні;
- 0 балів - доведення для трьох чисел, з якого не випливає лема 1;
- +1 бал - лема 1 з авторського розв'язку;
- +1 бал - ідея індукції з відкиданням максимального ТА ідея порівнянь за участі відкинутого елемента по однаковому модулю;
- +2 бали - задачу зведено до випадку, коли в множині є число $2b$, де b - найменший елемент множини;
- 7 балів — повний розв'язок.