

К р и т е р і ї

2 тур

8 клас

5. 7 балів - правильний розв'язок
6 балів - при діленні $2a^2b^2c^2$ на $a^2b^2c^2$ допущена помилка
0 балів - наведено перетворення, що не ведуть до розв'язку
6. 7 балів - правильний розв'язок
6 балів - у правильному в цілому розв'язку є недоліки
2 бали - є правильний алгоритм, але без доказу
1 бал - правильно розглянуто лише частковий випадок, наприклад, випадок 4-х точок
7. 0 балів - немає розв'язання / є міркування, що не ведуть до просувань у розв'язанні. Або розібрано незначний випадок, у т.ч.:
 $a - b = p$, де p - просте; $a = b$
+1 бал - вірно обгрунтовано, чому пара чисел (a, b) , для яких справджується $|a - b| \neq 1$, не є цікавою
+1 бал - знайдено n для випадку, коли $|a - b|$ кратно 2
7 балів - повне розв'язання з обґрунтованими переходами у міркуваннях
8.
7 балів - правильна стратегія до обох пунктів з доведенням
• - 2 бали - не доведено, що прямокутник без врахування прогашних і фінальних комірок можна розрізати на доміношки
3 бали - правильна стратегія для пункту а з доведенням, правильна відповідь і відсутня/недосконала стратегія для пункту б
2 бали - правильна стратегія для випадку, коли Олеся обирає кутову клітину, з доведенням
1 бал - правильна відповідь до обох пунктів з відсутньою/недосконалою стратегією, в тому числі:

0 балів - неправильна/відсутня відповідь хоча б до одного з пунктів і відсутня/недосконала стратегія, в тому числі

Зауваження. Під недосконалою стратегією мається на увазі:

- стратегія, де немає точного алгоритму дій для гравця, що виграє
- стратегія, що передбачає, що в кінці усі клітинки зафарбовані
- стратегія, де забута умова, що наступна зафарбована клітинка має мати спільну точку з попередньою

9 клас

5.

0 балів – логічна помилка в доведенні; перетворення виразу, що не дають значних просувань в розв'язанні.

2 бали – нерівність перетворено до вигляду

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - d)^2 + (a - d)^2 \leq 2(a - 1)(a - d)$$

7 балів – повний розв'язок.

-3 бали – суттєві помилки в часткових випадках.

6. 7 балів - правильний розв'язок

6 балів - у правильному в цілому розв'язку є незначні недоліки

0 балів - неправильний або частковий розв'язок для конкретних випадків

7.

Об:

- міркування про те, що хоча б шоста частина міст кожної країни сполучена з деякими містами іншої країни і висновки з цього, які не ведуть до правильного розв'язання
- підрахунок кількості "трикутників", доведення їх існування, які не ведуть до правильного розв'язання
- твердження про те, що принцип Діріхле на пряму дає те, що існування хоча б однієї четвірки без двох доріг воліче існування четвірки зі всіма дорогами або еквівалентне йому без доведення
- розібрані часткові випадки розподілу доріг між містами

1б:

- зроблено оцінку зверху кількості доріг через кількість їх в кожній четвірці як $5abcd$

-2б:

- не розібрано випадок рівності у всіх написаних нерівностях; коли в кожній четвірці відсутнє рівно одне ребро.

8. 0 б. - відсутнє розв'язання, або є правильна відповідь, але обґрунтування неправильне (без використання алгоритму Евкліда), або загальні міркування на основі подільності чи індукції, що не приводять до прогресу у розв'язанні;

1 б. - є незначні просування у розв'язанні, пов'язані з використанням алгоритму Евкліда;

2 б. - доведено, що при $n=2$ чи $n=3$ таких наборів не існує;

6 б. - є правильне розв'язання, яке містить незначні (що легко усуваються) недоліки;

7 б. - повністю обґрунтоване розв'язання.

10 клас

5.

0 б	знайдено неправильне співвідношення між першим членом і знаменником прогресії
1 б	знайдено правильне співвідношення між першим членом і знаменником прогресії, еквівалентне тому, що третій член послідовності дорівнює 100, а також наведено приклади послідовностей для різних значень знаменника
3 б	задачу розв'язано за 2 припущень, що не впливають з умови задачі (знаменник прогресії - натуральне число, найбільший член послідовності - трицифрове число)
4 б	задачу розв'язано за одного припущення, що не впливає з умови задачі (що знаменник прогресії - натуральне число або що перший член послідовності - дільник 100)
5 б	отримано правильну відповідь, але задачу розв'язано за припущення, що не впливає з умови задачі (що перший член послідовності є дільником 100 або що найбільший член послідовності є трицифровим числом)
7 б	повне та правильне розв'язання

6. 0 балів – записано відомі співвідношення для бісектрис, медіан, симедіан без подальшого використання або з використанням, що не приводить до правильного розв'язку;

0 балів – незакінчений рахунок;

+1 бал – вказано правильну відповідь;

1 бал – доведено співвідношення $\frac{BC}{HC} = \frac{PC}{TC}$ або еквівалентні;

-1 бал – не враховано інше розташування точок;

-1 бал – недостатнє пояснення антипаралельності відрізків.

7. 1 бал – наведено правильну відповідь та приклад.

2 бали – наведено правильну відповідь, приклад, та план розгляду випадків кількості граничних доміно.

2 бали – наведено приклад з сумою чисел 104, та доведено, що ця сума >100 .

3 бали – наведено правильну відповідь, приклад, виражено суму чисел у таблиці через кількість “дружніх” пар.

3 бали – наведено правильну відповідь, приклад, є міркування, які призводять до того, що у кожному квадратику 4×4 не більше чотирьох граничних доміно, на яких написано 3.

3 бали – сума чисел на дошці виражається через кількість дружніх пар, і є ідея розбиття доміно на ланцюги, але допущено суттєві помилки при підрахунку.

7 балів – повний розв'язок.

-1 бал – неохайність при розгляді випадків.

8. 0 балів – розглянуто степені входження простих чисел у $2ab + 1$ та $(a - b)^2$;

0 балів – переписано умову у вигляді $(a - b)^2 = s(2ab + 1)$ або $(a + b)^2 + 2 = l(2ab + 1)$, де s, l – цілі;

0 балів – розглянуто парність a, b , останні цифри чи інші залишки;

0 балів – розглянуто часткові випадки значень частки;

1 бал – доведено, що твердження задачі рівносильне тому, що s з авторського розв'язку є повним квадратом;

1 бал – лема з авторського розв'язку лише в одну сторону;

2 бали – повна лема з авторського розв'язку;

5 балів – повністю доведено, що $\frac{a^2+b^2+1}{2ab+1} = c^2 + 1$ для деякого цілого c ;

-1 бал – використовується спуск Вієта без описання механізму роботи спуску;

-1 бал – при спуску Вієта не розібраний випадок, коли другий корінь додатній;

11 клас

5. 0 балів:

- Нічого немає;
- Малюнок до умови задачі та сама умова задачі;
- Пораховані кути (тобто виражені через кути трикутника ABC) на малюнку для задачі;

7 балів: Повний розв'язок або те, що ми прийняли за повний розв'язок.

-1 бал: Арифметичні помилки, що призвели до неправильної відповіді.

6. 0 балів: розв'язок відсутній або ж міркування не ведуть до розв'язку задачі

2 бали: відсутність доведення закономірності у загальному випадку

5 балів: розв'язок правильний, але допущена помилка, що впливає на результат при сумуванні обмежень для обернених паліндромів

6 балів: допущена помилка, яка не впливає на результат

7 балів: повний розв'язок

7. 0 балів:

- Розв'язок відсутній;
- Переформулювання умови;
- Невдалі спроби звести задачу до скінченного перебору;
- Стверджується без доведення, що знайдеться розв'язок із $x_i = y_j$, або ж із $1/x_i + \dots + 1/x_m = 1/y_j + \dots + 1/y_n$.

Зокрема у цей пункт потрапляють довільні міркування вигляду "розв'язків нескінченна кількість, тому у одному із них $x_i = y_j$ " без подальших обґрунтувань.

1 бал: Знайдено розв'язки для **усіх** (лише частина пар оцінюється у 0 балів) наступних пар значень (m,n) : $(5,0)$, $(3,1)$, $(2,2)$.

4 бали: Задачу зведено до скінченного перебору.

7 балів: Повний розв'язок.

8.

0б - розв'язок відсутній, міркування, що ні до чого не ведуть, розглянутий випадок $n = 2m$ та подібні

1б - наведено приклад для складеного n

2б - випадок складеного n , правильна відповідь, приклади для $n = 11$, $n = 13$, $n = 17$

7б - повне розв'язання

-1б - хибно розв'язаний / не розв'язаний випадок $n = 11$

-1б - не доведено для $n=7$

-1б - помарки що не впливають на загальний розв'язок

Розв'язок що будує приклад через квадратичні лишки:

3б - приклад для $4k+1$

3б - приклад для $4k+3$:

- **1б - показано, що якщо a - квадратичний лишок, то $a-2$ також квадратичний лишок**