К р и т е р і ї

1 тур

8 клас

1. 4 бали - вірна відповідь з поясненнями щодо чисел, кратних 5, і з прикладом (або з достатнім поясненням, яке замінює приклад)

   +1 бал (5 балів) - відмічено, що парних більше, ніж кратних 5

   6 балів - загалом правильний розв'язок з незначним недоліком

   7 балів - повний розв'язок

2. 5 балів - доведення що хороводів має бути принаймні 8
   - 0 балів - доведення в вигляді поступового утворення пар
   - 0 балів - доведення з логічного помилкою
   - 0 балів - доведення через приведення всіх вершин графа до степенів 6 (такий момент не обов'язково настане)

   2 бали - правильна відповідь і приклад

   - 1 бал - правильний приклад і неправильна відповідь

3. +2 бали наведено контриприклад у пункті а)

   +3 бали сформулювано критерій, за якого рівняння у б) є рівносильні

   +2 балів правильно обчислено кількість комбінацій у пункті б)

   -1 бал, в пункті б) при обсисленні кількості комбінацій допущені незначні помилки

4. 0 балів -- немає розв’язання / єміркування, що не ведуть до просувань у розв’язанні, у тому числі: знайдені кути в чотирикутнику $APTC$; подібність трикутників ABC та TBP; подібність трикутників PAL та TLC (де т. L -- перетин PC та AT)

   7 балів -- повне розв’язання з обґрунтованими переходами у

міркуваннях

9 клас

1.

5 балів – доведення того, що не можна вибрати більше n чисел.

- 4 бали – немає пояснення, чому в обраному наборі не повинно бути сусідніх чисел.

2 бали – відповідь і приклад.

Зауваження: В обраному наборі довільні два числа повинні мати спільний дільник, більший за одиницю. Але найбільший спільний дільник всього набору може дорівнювати 1. Наприклад, як в наборі 6, 10, 15. Тому доведення, що ґрунтується на наявності одного спільного дільника, що більший за одиницю, для всіх чисел набору, не є правильним.

2.

0 б:
 - міркування про парність синіх, де не сказано, що вона змінюється лише за перефарбувань “бокових” трикутників (а кутових та внутрішніх - ні).
 - розгляд певної схеми перефарбувань
 - міркування з шаховим розфарбуванням

1б. - зауваження як перефарбування кутових, бокових та внутрішніх трикутників змінюють парність к-сті синіх

4б. - міркування які приводять до правильного розв’язку, але є вірними лише для парного n + не згадані/розібрані різні випадки парності сторони трикутника та кольору кінцевого розфарбування.

3. 1 б. - є незначні просування в оцінці лівої частини нерівності;
2 б. - нерівність перетворено до вигляду (*)
$(a_m - 2a_{m-1})^2 + ... + (a_2 - 2a_1)^2 + a_1^2 \leq \frac{m+1}{2}$;
3 б. - нерівність перетворено до вигляду (*) та побудовано послідовність для чисел вигляду $n = 2^k$;
4 б. - нерівність перетворено до вигляду (*) та встановлено можливість рівності кожного доданку лівої частини 0 чи 1;

7 б. - нерівність перетворено до вигляду (*), встановлено можливість рівності кожного доданку лівої частини 0 чи 1 та правильно оцінена кількість рівних 1 доданків лівої частини.

4. 0 б.:

- Тільки малюнок до умови задачі;
- окремі кроки розв'язання задачі методом координат

7 б. повне розв’язання з обґрунтуванням.

10 клас

1. 0 балів: правильна відповідь з неправильним обгрунтуванням; часткові розібрані випадки для n; неправильна відповідь; наведено формули скороченого множення, але немає зауваження, що лише для непарних n.
   3 бали: наведено правильну відповідь та доведення для непарних n.
   4 бали: наведено правильну відповідь та доведення для парних n.
   7 балів: повний та правильний розв'язок

2. 0 б. — відповідь без доведення, перебір варіантів перефарбування клітинок без подальших просувань

   1 б. — є чіткий поділ малих трикутників на два типи: які мають парну кількість сусідів і які мають непарну кількість сусідів; показано, як при розфарбуванні клітинок кожного типу може змінюватись парність розфарбованих трикутників кожного кольору

   2 б. — правильні та повні міркування, які дають розв'язання при n=4

   7 б. — повне розв'язання

3. <u>0 балів</u> - показано, що точка *K* лежить на описаному колі трикутника *ABC*
   <u>0 балів</u> - при доведенні задачі комплексними координатами або тригонометрією допущені помилки

   <u>7 балів</u> - повний розв'язок

   <u>6 балів</u> - розв'язання, у якому при обчисленні кутів розглянуто лише випадок гострокутного трикутника

   <u>5 балів</u> - допущено суттєву помилку при обчисленні направлених кутів.

   <u>3 бали</u> - не доведено (або доведено неправильно), що точки X та Y лежать на прямих MK та NK, де M, N -- точки, симетричні ортоцентру відносно AB та AC.

   <u>3 бали</u> - залишилось довести рівність кутів <(HY,YK)=2<(BA,AK).

4. 0 <u>балів</u> – показано, що $a+b+c+d \le 4$;

0 <u>балів</u> – розібрано випадок $a=b=c=d$;

0 <u>балів</u> – тотожні перетворення без додаткових міркувань;

0 <u>балів</u> – записано умови методу множників Лагранжа або елементарні класичні нерівності;

<u>1 бал</u> – доведено, що всі змінні належать числовому проміжку довжини 2;

+1 <u>бал</u> – розібрано випадок $a=b,\ c=d$;

+1 <u>бал</u> – переписано вираз $(2-c)(2-d)$ як функцію від $c+d$ при фіксованих $a,\ b$;

+1 <u>бал</u> – ідея того, що при фіксованих $a,\ b$ вираз $(2-c)(2-d)$ за прийнятних значень змінних набуває найменшого значення при $c=d$;

11 клас

1. 0 балів: задача не розв’язана або розв’язок відсутній

   1 бал: застосовано метод математичної індукції та перевірено базис

   6 балів: розв’язання правильне, але не враховано строгість нерівності

   7 балів: розв’язок правильний

2. 0 балів:

   - n друзів - найгірший випадок
   - написано про процес добавлення учнів в групи без аналізу того, як змінюється кількість друзів у людей з групи

   7 балів:

   - повний розв’язок

3. Бали за часткові просування додаються.

   0 балів:

   - Розв’язок відсутній.
   - Лише відповіді.

   +1 бал: Доведено, що $f(0) = 0$.

   +1 бал: Доведено, що $f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$ або $f(a) = f(b) = 0$.

   +3 бали: Розібрано випадок, коли існує $x_0 \neq 0$ таке, що $f(x_0) = 0$.

   +2 бали: Розібрано випадок, коли f - ін’єктивна.

   7 балів: Повний розв'язок.

4. <u>0 балів</u>:

- Нічого немає;
- Малюнок до умови задачі та сама умова задачі;
- Помічена та доведена вписаність *AIPB*;
- Пораховані кути (тобто виражені через кути трикутника *ABC*) на малюнку для задачі;

Далі, ми знаємо два різних розв'язки задачі і, якщо повного розв'язку немає, то робота оцінюється у відповідності до одного з розв'язків:

<u>Розв'язок 1</u>: "Авторський або майже авторський", бо після доведення того, що *D*, *E*, *N* (де *N* — це середина дуги *ACB*) лежать на одній прямій та введення перетину *DE* та дуги меншій *AB* можна закінчити за допомогою теореми об ізогоналях.

- +1 бал: Доведена вписаність *DPKE*;
- +3 бали: Доведена колінеарність *D*, *E*, *N*;

<u>Розв'язок 2</u>: "Введення перетину *DE* та *PK* (точки *X*) та тупий рахунок кутів"

- +1 бал: Доведена вписаність *DPKE*;
- +4 бали: Доведені вписаності *APDX* та *BEPX*.

<u>7 балів</u>: Повний розв'язок

<u>—1 бал</u>: Як завжди й було один бал знімається у тому випадку, коли у розв'язку присутній "рахунок кутів", якій залежить від розташтування точок, але про це нічого не сказано.
Запам'ятайте вже, що з цим треба бути більш акуратним на українських олімпіадах!