**V Всеукраїнська олімпіада з математики**

**для учнів 5 – 7 класів**

*«Є два типи людей: ті, які поділяють людей на два типи,*

*і ті, що їх не поділяють».*

*Поділ Барта*

**ІІ тур**

**7 клас**

**6.** Доведіть, що для довільного натурального числа існує натуральне число , яке ділиться націло на і сума цифр якого дорівнює . Наприклад, для числа одним з можливих значень може бути число . Відповідь обґрунтуйте.

**7.** Відомо, що сума усіх цілих чисел від до включно дорівнює сумі усіх цілих чисел від до числа включно. Знайдіть число . Вкажіть усі можливі відповіді. Відповідь обґрунтуйте.

**8.** На олімпіаду приїхали школярів. Голова оргкомітету повідомив, що серед учасників у будь-яких двох з них є рівно два інших спільних знайомих. Чи не помилився голова оргкомітету? Відповідь обґрунтуйте.

**Рис. 1**

**9.** Висоти гострокутного трикутника перетинаються у точці , точка – середина відрізку . Доведіть, що – гострий. Відповідь обґрунтуйте.

**10.** Прямокутник поділений на квадрати, що позначені римськими числами , , і , та прямокутники, що позначені римськими числами та , як це показане на рис. 1. Усі ці шість фігур мають сторони, що визначаються натуральними числами. Сума площ двох прямокутників дорівнює , а сторона квадрата дорівнює . Знайдіть сторону квадрата за номером . Відповідь обґрунтуйте.

Київ, 14 травня 2023 р.

На виконання завдання відводиться 2,5 години (150 хвилин)

Кожна задача оцінюється в 7 балів