**V Всеукраїнська олімпіада з математики**

**для учнів 5 – 7 класів**

*«Є два типи людей: ті, які поділяють людей на два типи,*

 *і ті, що їх не поділяють».*

*Поділ Барта*

**ІІ тур**

**6 клас**

**6.** На моніторі комп'ютера з'являються одне за одним числа за таким правилом: якщо послідовно з'явилися числа $a$ та $b$, то наступним з'явиться число $ab-1$. Першими з'явилися числа $1$ та $2$. Яке число з'явиться на $2023$-му місці? Відповідь обґрунтуйте.

**7.** Відомо, що сума усіх цілих чисел від $(-101)$ до $96$ включно дорівнює сумі усіх цілих чисел від $(-166)$ до числа $X$ включно. Знайдіть число $X$. Вкажіть усі можливі відповіді. Відповідь обґрунтуйте.

**8.** Набір із $100$ чисел, кожне з яких дорівнює $0, +1, -1$, задовольняє таку умову: з усіх попарних добутків чисел цього набору рівно $2021$ є від’ємними. Скільки в цьому наборі є нулів? Наприклад, для набору з чотирьох чисел $0$, $0$, $+1$, $-1$ попарними добутками є такі $6$ чисел: $0$, $0$, $0$, $0$, $0$, $-1$. Відповідь обґрунтуйте.

**9.** Знайдіть найменше натуральне число $n$, для якого справджуються такі умови. Саме число $n$ ділиться націло на $8$, наступне за ним, тобто число $n+1$, ділиться націло на $7$, далі наступне за ними, тобто $n+2$, ділиться націло на $6$, і так далі, число $n+6$ ділиться націло на $2$. Відповідь обґрунтуйте.

**Рис. 1**

$$22$$

$$50$$

$$70$$

**10.** Всередині квадрата проведені $2$ відрізки – діагональ та відрізок, що паралельний одній із сторін. При цьому квадрат поділився на $4$ частини. Відомі площі трьох з них, як це показане на рис. 1. Чому дорівнює площа четвертої частини квадрата? Відповідь обґрунтуйте.

Київ, 14 травня 2023 р.

На виконання завдання відводиться 2,5 години (150 хвилин)

Кожна задача оцінюється в 7 балів