**V Всеукраїнська олімпіада з математики**

**для учнів 5 – 7 класів**

*«Як тільки ви згадали про дещо, як…:*

*…якщо це щось гарне, як воно зникає;*

*…якщо це щось погане, то воно з’являється».*

*Закон мовчання*

**І тур**

**6 клас**

**1.** Петрик записав на дошці перше та друге число. Після цього Оксана записала на дошці третє число, як суму першого та другого, далі – четверте число, як суму другого та третього, п'яте – сума третього та четвертого і шосте число, як суму четвертого та п'ятого. Прийшла Дарина, додала усі $6$ записваних на дошці чисел, записала на дошці їхню суму, яка виявилася рівною $2020$, а потім витерла усі початкові $6$ чисел. Василю сказали, як утворилося записане на дошці число $2020$. Чи зможе він знайти принаймні одне з раніше написаних шести чисел? Відповідь обґрунтуйте.

**2.** Чи можна таблицю $2023×2023$ клітинок заповнити числами $1, 2, 3, 4$ так, щоб сума чисел у кожному рядку була парною, а у кожному стовпчику – непарною? Відповідь обґрунтуйте.

**3.** П'ять натуральних чисел задовольняють умову: сума трьох довільних з них ділиться націло на кожне з двох інших. Яка найменша кількість серед цих чисел буде однакових чисел? Відповідь обґрунтуйте.

**4.** Щоб взяти участь у турнірі з комп'ютерних ігор кожний з його учасників вніс певну суму (однакову з кожного). З цієї суми $\frac{1}{3}$ пішла на організаційні витрати, а решта утворила призовий фонд турніру. Переможець турніру отримав $\frac{1}{6}$ суми призового фонду, а усі інші учасники турніру отримали однакові призові з решти суми призового фонду, яка виявилася меншою, ніж призові переможця турніру. Виявилося, шо навіть переможець турніру отримав суму, меншу від свого внеску. Яка найменша та яка найбільша кількість учасників могла брати участь в турнірі за таких умов? Відповідь обґрунтуйте.

**5.** На папері в клітинку нарисували прямокутник $P$, сторони якого йдуть по лініях клітинок. Виявилося, що кількість клітинок прямокутника $P$, що мають спільні сторони з його межею, співпадає з кількістю клітинок, що не мають спільних сторін з межею $P$. Які розміри може мати прямокутник $P$? Вкажіть усі можливі відповіді. Відповідь обґрунтуйте.

Київ, 13 травня 2023 р.

На виконання завдання відводиться 2,5 години (150 хвилин)

Кожна задача оцінюється в 7 балів