**V Всеукраїнська олімпіада з математики**

**для учнів 5 – 7 класів**

*«Як тільки ви згадали про дещо, як…:*

*…якщо це щось гарне, як воно зникає;*

*…якщо це щось погане, то воно з’являється».*

*Закон мовчання*

**І тур**

**7 клас**

**1.** Петрик записав на дошці перше та друге число. Після цього Оксана записала на дошці третє число, як суму першого та другого, далі – четверте число, як суму другого та третього, п'яте – сума третього та четвертого і так далі до десятого числа, як суму восьмого та дев'ятого. Прийшла Дарина додала усі числа, записала на дошці їхню суму, яка виявилася рівною $2222$, а далі витерла усі попередні записані $10$ чисел. Василю сказали, як утворилося записане число, чи зможе він записати принаймні одне з раніше написаних десяти чисел? Відповідь обґрунтуйте.

**2.** Чи можна таблицю $2023×2023$ клітинок заповнити числами $1, 2, 3, 4$ так, щоб сума чисел у кожному рядку була парною, а у кожному стовпчику – непарною? Відповідь обґрунтуйте.

**3.** П'ять натуральних чисел задовольняють умову: сума трьох довільних з них ділиться націло на кожне з двох інших. Яка найменша кількість серед цих чисел буде однакових чисел? Відповідь обґрунтуйте.

**4.** Дійсні числа $a, b, c$ задовольняють умову:

$$\frac{a}{b+c-a}=\frac{b}{a+c-b}=\frac{c}{a+b-c}.$$

Які значення може приймати вираз $\frac{a+b}{c}$? Знайдіть усі можливі відповіді. Відповідь обґрунтуйте.

**5.** Петрик має відрізок довжиною $80$. Він його розділив на $8$ менших відрізків, кожний з яких має цілу довжину, і з яких він зміг утворити два прямокутника (один чи обидва можуть бути квадратами). Після цього він обчислив площу кожного з прямокутників та порахував число $S$, що дорівнює сумі обчислених площ. Яке найбільше значення може приймати число $S$? Відповідь обґрунтуйте.

Київ, 13 травня 2023 р.

На виконання завдання відводиться 2,5 години (150 хвилин)

Кожна задача оцінюється в 7 балів